



Рубцовский институт (филиал)  
Алтайского государственного университета  
«Кубок города по физике, химии,  
математике и информатике»



Олимпиада по математике, 10-11 класс, 13 апреля 2016 г.

1. Однажды в Артеке за круглым столом оказалось пятеро ребят родом из Москвы, Санкт-Петербурга, Новгорода, Перми и Томска: Юра, Толя, Алеша, Коля и Витя. Москвич сидел между томичем и Витей, санкт-петербуржец — между Юрой и Толей, а напротив него сидели пермяк и Алеша. Коля ни когда не был в Санкт-Петербурге, а Юра не бывал в Москве и Томске, а томич с Толей регулярно переписываются. Определите, в каком городе живет каждый из ребят. **(5баллов)**

2. Решите уравнение  $\sqrt{x-3} - 2\sqrt{x-4} - \sqrt{x+5} + 6\sqrt{x-4} = 2$  **(10баллов)**

3. Докажите, что если в треугольнике  $a^2 = b^2 + bc$ , то  $\alpha = 2\beta$ .

**(15баллов)**

4. Пусть  $\begin{cases} ax + by = 3, \\ ax^2 + by^2 = 7, \\ ax^3 + by^3 = 16, \\ ax^4 + by^4 = 42, \end{cases}$  тогда  $ax^5 + by^5$  равно... **(20баллов)**

5. В треугольнике  $ABC$  проведены биссектриса  $AD$  и медиана  $CM$ , пересекающиеся в точке  $O$ . известно, что  $AB=6$ ,  $BC=4$ ,  $AC=5$ . Найти отношение  $S_{AOC} : S_{OMD}$ . **(25баллов)**

6. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , в основании которого лежит квадрат  $ABCD$  со стороной длиной 3 см., боковые ребра  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  имеют длину 5 см. Равносторонний треугольник расположен в пространстве так, что одна его вершина совпадает с вершиной  $C$  параллелепипеда, а две другие расположены на прямых  $BB_1$  и  $C_1 D_1$  соответственно. Найдите длину медианы этого треугольника. **(25баллов)**.