

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Рубцовский институт (филиал) федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Алтайский государственный университет»

Утверждено решением Ученого
совета Рубцовского института
(филиала) АлтГУ
протокол №1 от 20.09.2024 г.

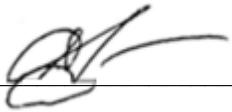
ПРОГРАММА ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Математика: подготовка к ЕГЭ»

Рубцовск
2024

Программа рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Рубцовского института (филиала) АлтГУ от 20.09.2024 г., протокол № 1.

Председатель методической комиссии института:

Заместитель директора по учебной работе _____  О. Г. Голева

Руководитель центра:

Старший преподаватель _____  И. С. Краснослободцева

Разработчик:

Старший преподаватель _____  И. С. Краснослободцева

Содержание

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ.....	4
1.1. ЦЕЛЬ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ.....	4
ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ:.....	4
1.2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ	4
1.3 КАТЕГОРИЯ СЛУШАТЕЛЕЙ	5
1.4 ТРУДОЕМКОСТЬ ОБУЧЕНИЯ.....	5
1.5 ФОРМА ОБУЧЕНИЯ	5
2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ.....	6
2.1. УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН	6
2.2 СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОГО КУРСА	7
2.2.1. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	7
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО- ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ).....	10
4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ.....	13
(ФОРМА АТТЕСТАЦИИ, ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ).....	13
5. КАДРОВЫЕ УСЛОВИЯ (СОСТАВИТЕЛИ ПРОГРАММЫ).....	14

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1. Цель реализации программы

Целью реализации программы является систематизация знаний, умений и навыков по основным разделам школьного курса математики, развитие творческих способностей, совершенствование математической культуры учащихся.

Основные задачи программы:

- Расширить математические представления учащихся по основным темам школьного курса математики.
- Акцентировать внимание учащихся на единых требованиях к правилам оформления задний второй части ЕГЭ.
- Совершенствовать технику решения сложных задач.

1.2. Планируемые результаты обучения

По окончании изучения разделов программы слушатели должны:

Знать:

- основные понятия и методы математического анализа, алгебры, геометрии, теории вероятностей и математической статистики;
- основы интегрального и дифференциального исчисления;
- основные математические методы решения задач.

Уметь:

- проводить тождественные преобразования иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений.
- решать иррациональные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства.
- решать системы уравнений изученными методами.
- строить графики элементарных функций и проводить преобразования графиков, используя изученные методы.
- применять аппарат математического анализа к решению задач.
- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач.

Владеть: Основными методами решения задач.

1.3 Категория слушателей

К освоению курса допускаются школьники 10-11 класс

1.4 Трудоемкость обучения

Курс продолжительностью 40 часов, срок обучения – 10 недель, режим занятий – 4 часа в неделю.

1.5 Форма обучения

Очная, возможна реализация программы частично по индивидуальной траектории обучения.

2. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование разделов и тем	Общая трудоемкость (часов, зачетных единиц)	Всего аудиторных часов (зачетных единиц)	Аудиторные занятия, час			Самостоятельная работа слушателей, час.
				Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Числа, корни и степени	2	2			2	
2	Тригонометрия	2	2			2	
3	Логарифмы	2	2			2	
4	Функции и их свойства	2	2			2	
5	Решение задач на умение строить и исследовать простейшие математические модели.	2	2			2	
6	Уравнения и неравенства	10	10			10	
7	Решение задач с параметрами	2	2			2	
8	Производная функции	2	2			2	
9	Исследование функций с помощью производной	4	4			4	
10	Первообразная функции и интеграл	2	2			2	
11	Планиметрия	4	4			4	
12	Стереометрия	6	6			6	
ИТОГО		40	40			40	

2.2 Содержание разделов учебного курса

2.2.1. Содержание разделов учебной дисциплины

Тема 1. Числа, корни и степени (2 часа):

Преобразования числовых и алгебраических выражений, степень с действительным показателем; преобразование выражений, содержащих радикалы.

Тема 2. Тригонометрия (2 часа)

Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений. Преобразования буквенных тригонометрических выражений.

Тема 3. Логарифмы (2 часа)

Преобразования числовых логарифмических выражений. Преобразования буквенных логарифмических выражений.

Тема 4. Функции и их свойства (2 часа)

Построение графиков элементарных функций; нахождение значений функции; графики функций, связанных с модулем; тригонометрические функции; степенная, показательная, логарифмическая функции; гармонические колебания; обратные тригонометрические функции.

Тема 5. Решение задач на умение строить и исследовать простейшие математические модели (2 часа)

Задачи на проценты, на смеси и сплавы, на движение, на работу, задачи экономического характера.

Тема 6. Уравнения и неравенства (10 часов)

Решение уравнений, дробно-рациональные уравнения; схема Горнера; уравнения высших степеней; тригонометрические уравнения; иррациональные уравнения; показательные и логарифмические уравнения; уравнения, содержащие модуль; уравнения с параметром; решение систем уравнений; геометрический метод; метод Крамера.

Тема 7. Решение задач с параметрами (2 часа)

Функции, зависящие от параметра. Уравнения с параметром. Неравенства с параметром. Системы с параметром.

Тема 8 -9. Производная функции (6 часов)

Физический смысл производной. Геометрический смысл производной, касательная. Применение производной к исследованию функций.

Тема 10. Первообразная функции и интеграл (2 часа)

Вычисление площадей с помощью интеграла; использование интеграла и производной в физических и геометрических задачах.

Тема 11. Планиметрия (4 часа)

Решение прямоугольного треугольника. Решение равнобедренного треугольника. Треугольники общего вида. Параллелограммы. Трапеция. Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая. Вписанные и описанные окружности.

Тема 12. Стереометрия (6 часов)

Угол между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой и до плоскости. Расстояние между прямыми и плоскостями. Сечения многогранников. Объёмы многогранников. Круглые тела: цилиндр, конус, шар.

2.2.2. Лабораторные занятия

Занятие 1. Преобразования числовых и алгебраических выражений, степень с действительным показателем

Занятие 2. Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых тригонометрических выражений.

Занятие 3. Преобразования числовых и буквенных логарифмических выражений.

Занятие 4. Функции и их свойства.

Занятие 5. Решение текстовых задач.

Занятие 6. Решение уравнений и неравенств.

Занятие 7. Линейные, дробно-рациональные уравнения

Занятие 8. Тригонометрические уравнения.

Занятие 9. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Занятие 10. Неравенства с модулем

Занятие 11. Решение задач с параметрами

Занятие 12. Физический смысл производной. Геометрический смысл производной, касательная.

Занятие 13. Использование производной при исследовании функции.

Занятие 14. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Занятие 15. Треугольник.

Занятие 16. Четырёхугольники

Занятие 17. Окружность.

Занятие 18. Угол между скрещивающимися прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями.

Занятие 19. Расстояние от точки до прямой и до плоскости. Расстояние между прямыми и плоскостями.

Занятие 20. Сечения многогранников. Объёмы многогранников. Круглые тела: цилиндр, конус, шар.

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ (ОРГАНИЗАЦИОННО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ)

3.1. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ:

Учебные аудитории для проведения занятий всех видов (дисциплинарной, междисциплинарной и модульной подготовки); групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Для самостоятельной работы и подготовки к занятиям используются помещения, оснащенные компьютерной техникой с доступом к сети «Интернет» и электронной информационно-образовательной среде института.

Специальные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации.

Лабораторные занятия проводятся в компьютерных классах, а также в лабораториях.

Требования к программному обеспечению учебного процесса:

- Windows 7 Professional Service Pack 1;
- Microsoft Office Professional Plus 2010;
- 7-Zip;
- Windows 10 Education;
- Foxit Reader.

3.2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ (учебно-методические материалы (учебники, учебные пособия, периодические издания, раздаточный материал и т.д.)

Основная литература:

1. Гусев, В. А. Геометрия: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/541432>.

2. Богомолов, Н. В. Алгебра и начала анализа: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 240 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-09525-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536960>.

Дополнительная литература:

1. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 155 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04836-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/539630>.

2. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля: учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2024. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540008>.

Базы данных, Интернет-ресурсы, информационно-справочные и поисковые системы

1. Электронная библиотечная система «Консультант студента» [Электронный ресурс]. — М.: ООО «Политехресурс». — Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/>.

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека Online» [Электронный ресурс]. — М.: Издательство «Директ-Медиа». — Режим доступа: <http://www.biblioclub.ru>.

3. Электронная библиотечная система Алтайского государственного университета [Электронный ресурс]. – Барнаул. – Режим доступа: <http://elibrary.asu.ru/>.

4. Образовательная платформа «Юрайт» [Электронный ресурс]. – М.: ООО «Электронное изд-во Юрайт». – Режим доступа: <https://www.biblioonline.ru/about>.

5. Электронно-библиотечная система «Znanium.com» [Электронный ресурс]. – М.: ООО «Научно-издательский центр Инфра-М». – Режим доступа: <http://znanium.com/>.

6. Поисквые системы: Google, Yandex, Rambler.

7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования. – М.: ООО Научная электронная библиотека. – Режим доступа: https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp.

8. Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» [Электронный ресурс]. – СПб.: Издательство Лань. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/>.

4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ (ФОРМА АТТЕСТАЦИИ, ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ)

По окончании обучения на курсе программой не предусмотрена сдача контрольных точек.

5. КАДРОВЫЕ УСЛОВИЯ (СОСТАВИТЕЛИ ПРОГРАММЫ)

Программа реализуется преподавательским составом Института, а также ведущими специалистами предприятий и организаций.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Задание В1.

1. Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?
2. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
3. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?
4. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?
5. Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?
6. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
7. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?
8. Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 41 поездку. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 580 рублей, а разовая поездка — 20 рублей?
9. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?
10. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?
11. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?
12. Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

13. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

14. Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

15. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

16. В городе N живет 200000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых жителей 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

17. Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина — 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

18. Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

19. В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

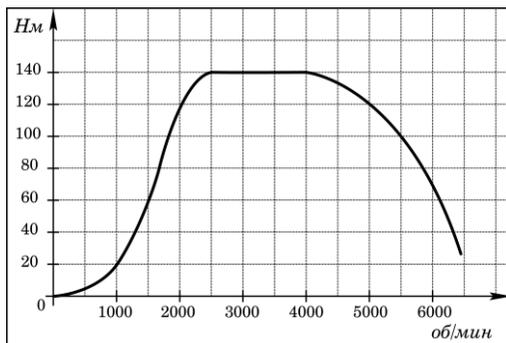
20. В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

21. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

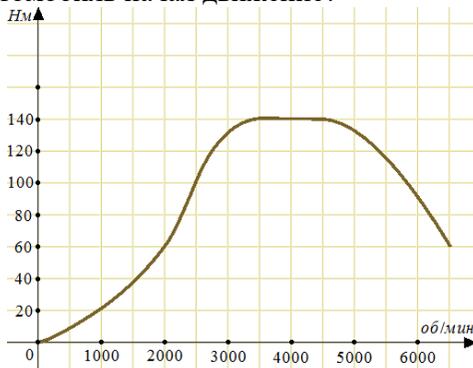
22. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

Задание В2.

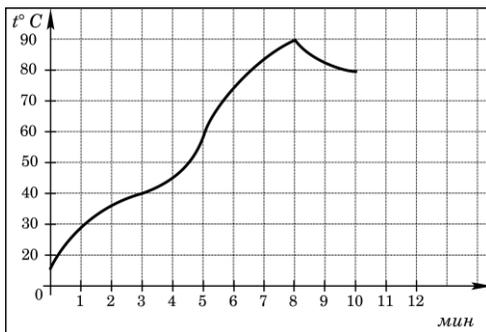
1. На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н · м. Скорость автомобиля (в км/ч) приближенно выражается формулой $v = 0,036n$, где n — число оборотов двигателя в минуту. С какой наименьшей скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы крутящий момент был не меньше 120 Н · м? Ответ дайте в километрах в час.



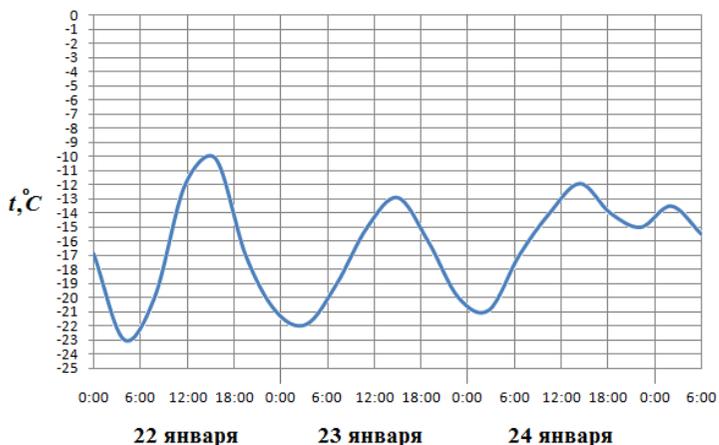
2. На графике изображена зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту. На оси ординат – крутящий момент в Н * м. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее 60 Н * м. Какое наименьшее число оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



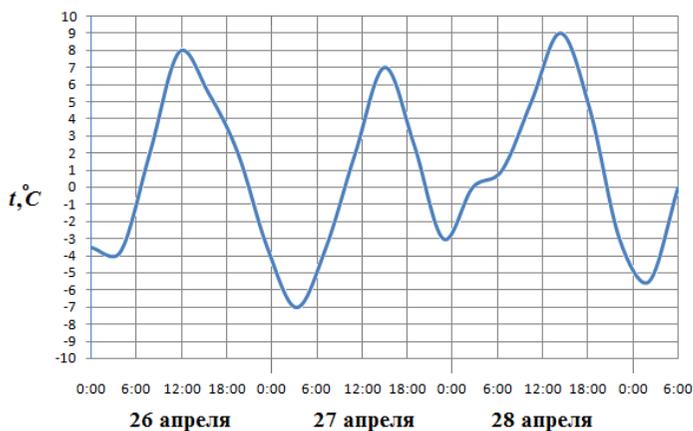
3. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60°C до температуры 90°C.



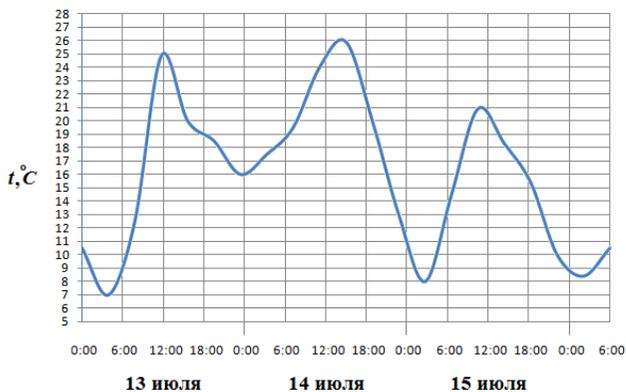
4. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



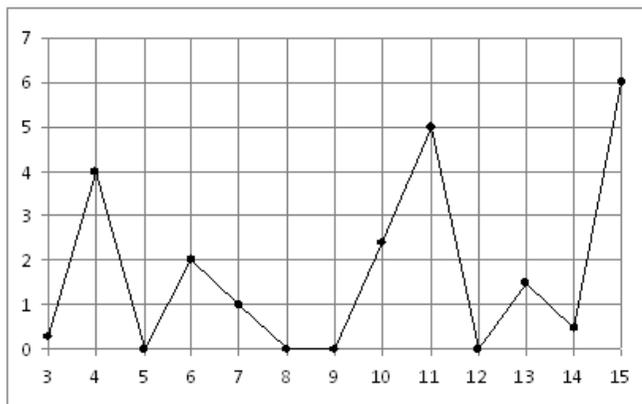
5. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 27 апреля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



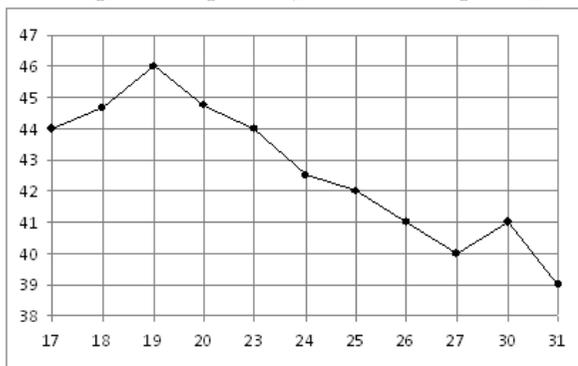
6. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



7. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.

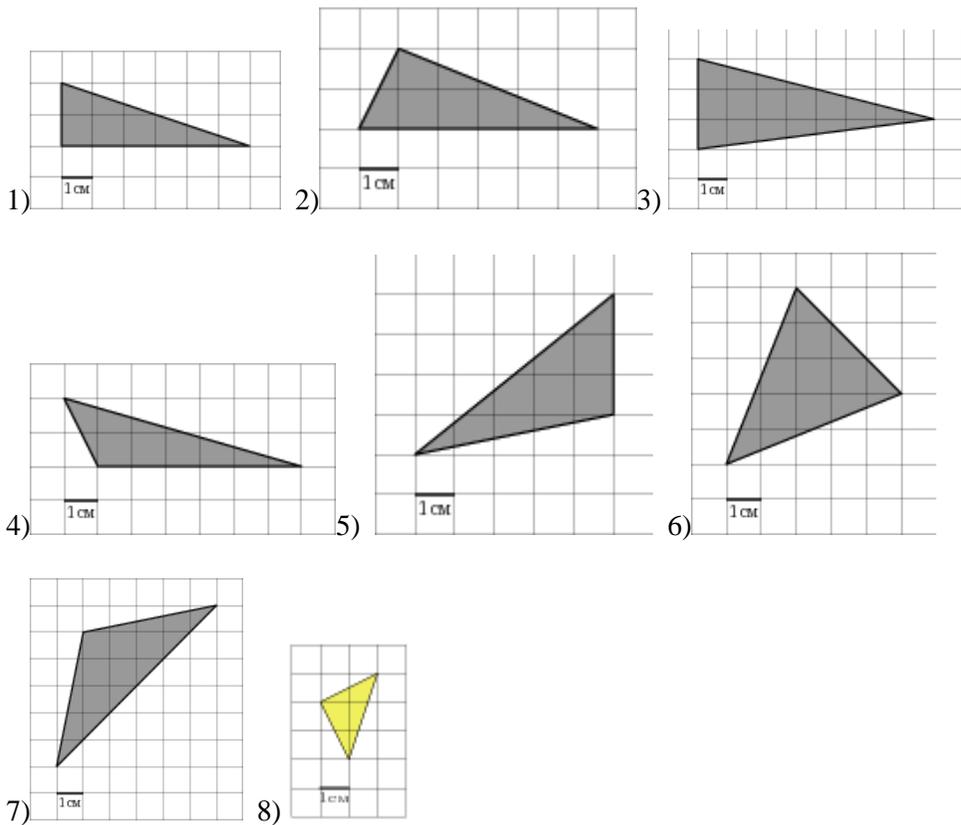


8. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).

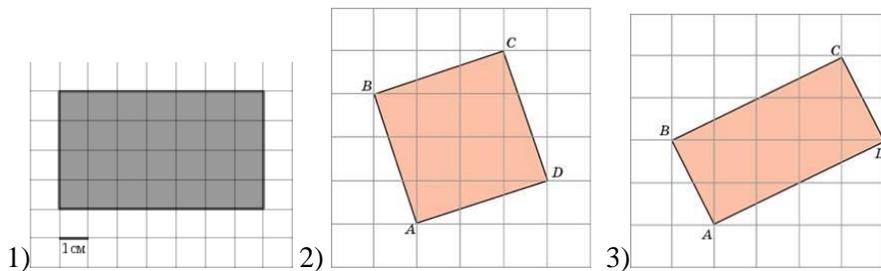


Задание В3.

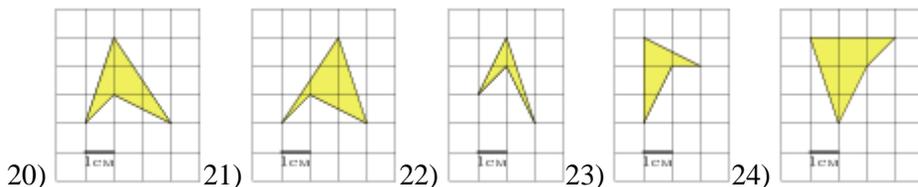
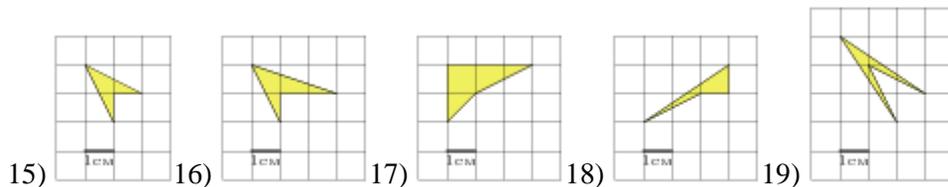
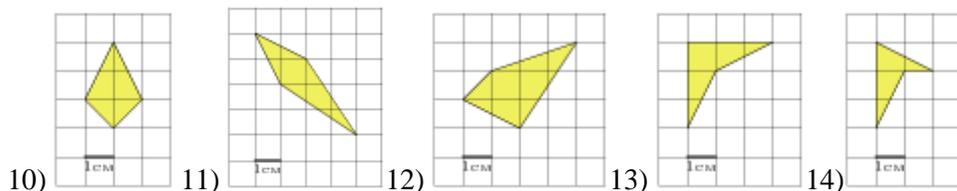
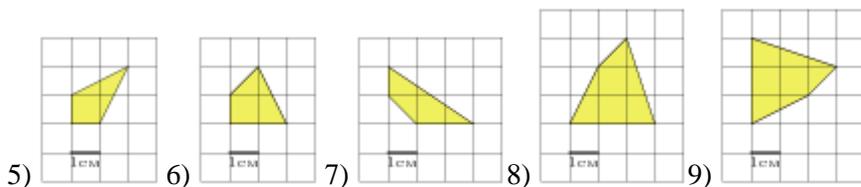
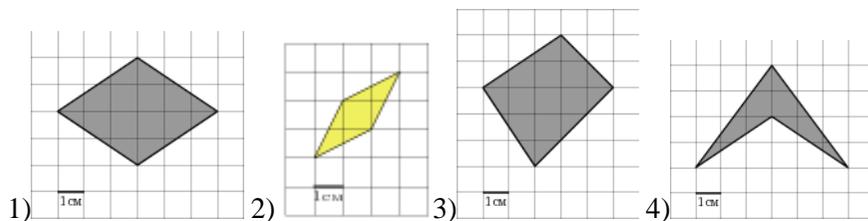
1. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис1-7.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



2. Найдите площадь прямоугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис1-3) Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

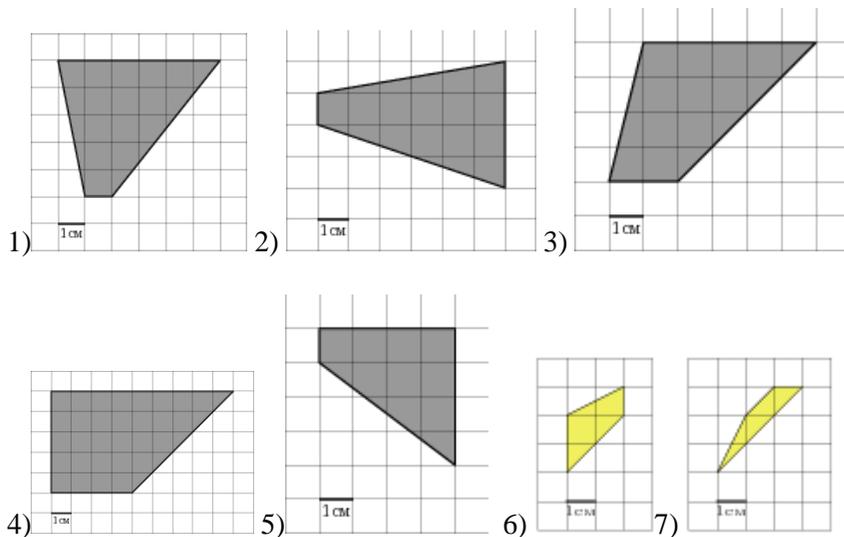


3. Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис1-2.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

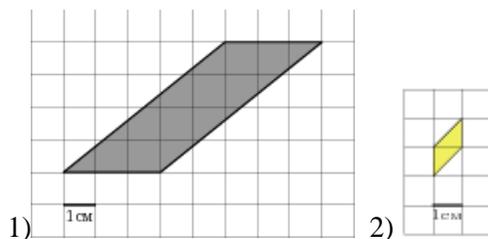


4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис3-24). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

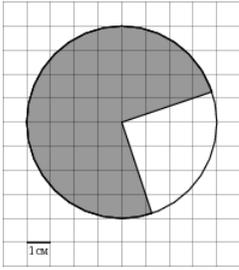
5. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис1-7.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



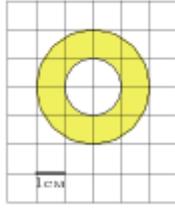
6. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис1-2.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



7. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис1-2.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

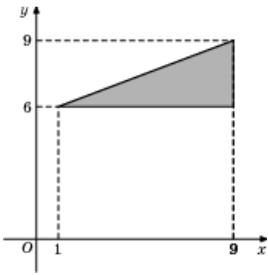


1)

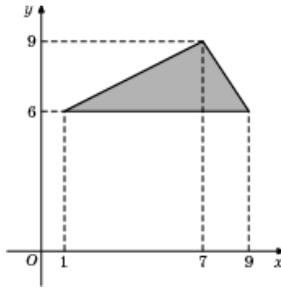


2)

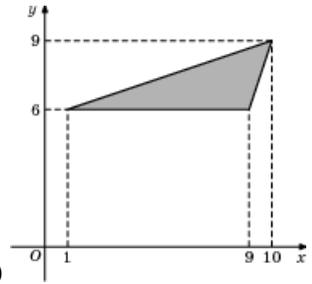
8. Найдите площадь фигуры, изображенной в прямоугольной системе координат. Координаты вершин фигуры определите из рисунка (рис. 1-18)



1)



2)



3)

Задание В4.

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

3. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменов: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

4. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

5. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность

того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

7. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

8. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

9. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

10. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

11. В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

12. В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.

13. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Задание В5.

1. Найдите корень логарифмического уравнения:

- $\log_2(4-x) = 7$.
- $\log_5(4+x) = 2$.
- $\log_5(5-x) = \log_5 3$.
- $\log_2(15+x) = \log_2 3$.
- $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.
- $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$.
- $\log_5(5-x) = 2\log_5 3$.
- $\log_5(x^2+2x) = \log_5(x^2+10)$.
- $\log_5(7-x) = \log_5(3-x) + 1$.
- $\log_{x-5} 49 = 2$.
- $\log_{x-5} 49 = 2$.

2. Решите показательное уравнение:

- $2^{4-2x} = 64$.
- $5^{x-7} = \frac{1}{125}$.
- $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$.
- $16^{x-9} = \frac{1}{2}$.
- $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$.
- $9^{-5+x} = 729$.
- $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3+x} = 512$.
- $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8} = 2^x$.
- $8^{9-x} = 64^x$.
- $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

3. Решите иррациональное уравнение. Если уравнение имеет два корня, в ответе укажите наименьший корень:

- $\sqrt{15-2x} = 3$.
- $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.
- $\sqrt{\frac{2x+5}{3}} = 5$.
- $\sqrt{-72-17x} = -x$.
- $\sqrt{3x-8} = 5$.
- $\sqrt[3]{x-4} = 3$.
- $\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0,2$.
- $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$.

$$9. \sqrt{6+5x} = x$$

4. Решите рациональные и дробно-рациональные уравнения:

$$1. \frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$$

$$2. -\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$$

$$3. \frac{x-119}{x+7} = -5$$

$$4. x = \frac{6x-15}{x-2}$$

$$5. x^2 - 17x + 72 = 0$$

$$6. \frac{9}{x^2-16} = 1$$

$$7. \frac{13x}{2x^2-7} = 1$$

$$8. (2x+7)^2 = (2x-1)^2$$

$$9. (x-6)^2 = -24x$$

$$10. x^2 + 9 = (x+9)^2$$

$$11. \frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$$

$$12. \frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$$

$$13. \frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}$$

$$14. \frac{1}{4x-1} = 5$$

$$15. (x-1)^3 = 8$$

$$16. (x-1)^3 = -8$$

5. Тригонометрическое уравнение:

$$\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$$

1. Найдите корень уравнения:

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

2. Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

3. Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Задание-В6

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите $\cos A$, $\sin B$, $\operatorname{tg} A$, $\operatorname{tg} B$.
2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Найдите $\sin B$, $\operatorname{tg} A$, $\cos B$, $\sin A$, $\operatorname{tg} B$.
3. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = \frac{7}{24}$. Найдите $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$, $\cos B$, $\operatorname{tg} B$.
4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AC , BC ,
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 8$, $\cos A = 0,5$. Найдите AC , BC .
6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AC , BC .
7. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 2$, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите BC , AB .
8. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, $\cos A = 0,5$. Найдите AB , BC .
9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AB , BC .
10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 4$, $\sin A = 0,5$. Найдите AB , AC .
11. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 4,8$, $\cos A = \frac{7}{25}$. Найдите AB , AC .
12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 4$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите AC , AB .
13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 24$, $BC = 7$. Найдите $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$.

14. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 8$, $BC = 4$.
Найдите $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$.
15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 4\sqrt{5}$, $AC = 8$.
Найдите $\operatorname{tg} A$, $\sin A$, $\cos A$.
16. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 27$,
 $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AH , BH .
17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 4\sqrt{15}$,
 $\sin A = 0,25$. Найдите высоту CH .
18. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 27$,
 $\cos A = \frac{2}{3}$. Найдите BH .
19. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 4\sqrt{15}$,
 $\cos A = 0,25$. Найдите высоту CH .
20. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 13$,
 $\operatorname{tg} A = \frac{1}{5}$. Найдите AH , BH .
21. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 13$, $\operatorname{tg} A = \frac{1}{5}$.
Найдите высоту CH .
22. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 3$,
 $\sin A = \frac{1}{6}$. Найдите AH , BH .
23. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$.
Найдите высоту CH .
24. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 3$,
 $\cos A = \frac{\sqrt{35}}{6}$. Найдите AH , BH .
25. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 8$, $\cos A = 0,5$.
Найдите высоту CH .
26. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 7$,
 $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$. Найдите BH .

27. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$.
Найдите высоту CH .
28. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AC = 5$,
 $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AH .
29. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 8$, $\sin A = 0,5$.
Найдите высоту CH .
30. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AC = 8$,
 $\cos A = 0,5$. Найдите AH , BH .
31. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AC = 3$,
 $\cos A = \frac{1}{6}$. Найдите BH .
32. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 5$, $\cos A = \frac{7}{25}$.
Найдите высоту CH .
33. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AC = 7$,
 $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AH .
34. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB .
35. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 9,6$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите
 AC .
36. В треугольнике ABC $AC = BC = 8$, $\cos A = 0,5$. Найдите AB .
37. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 8$, $\cos A = 0,5$. Найдите
 AC .
38. В треугольнике ABC $AC = BC = 7$, $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$. Найдите AB .
39. В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, $AB = 40$. Найдите $\sin A$,
 $\cos A$, $\operatorname{tg} A$.
40. В треугольнике ABC $AC = BC = 8$, $\sin A = 0,5$. Найдите
высоту CH .

41. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 4$, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите высоту CH .
42. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\cos A = \frac{7}{25}$. Найдите высоту CH .
43. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 1$, $\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите высоту CH .
44. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 16$, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите высоту CH .
45. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 4, $\sin A = 0,5$. Найдите AC .
46. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 0,5, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите AB .
47. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 20, $\cos A = 0,6$. Найдите AC , AB .
48. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 4, $\operatorname{tg} A = 0,5$. Найдите AB , AC .
49. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 7, $AB = 48$. Найдите $\sin A$, $\cos A$, $\operatorname{tg} A$.
50. В треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{5}$, высота CH равна 4. Найдите $\operatorname{tg} A$, $\sin A$, $\cos A$.
51. В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $\sin BAC = \frac{7}{25}$. Найдите $\sin BAH$, $\cos BAH$, $\operatorname{tg} BAH$.
52. В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $\cos BAC = 0,1$. Найдите $\sin BAH$, $\cos BAH$, $\operatorname{tg} BAH$.
53. В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $\operatorname{tg} BAC = 2$. Найдите $\operatorname{tg} BAH$, $\sin BAH$, $\cos BAH$.
54. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 8$, $\sin BAC = 0,5$. Найдите высоту AH .

55. В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $AB = 5$,
 $\sin BAC = \frac{7}{25}$. Найдите BH .

56. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 5$, $\cos BAC = \frac{7}{25}$.
 Найдите высоту AH .

Задание В7.

1. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

2. Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

3. На рисунке №1 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

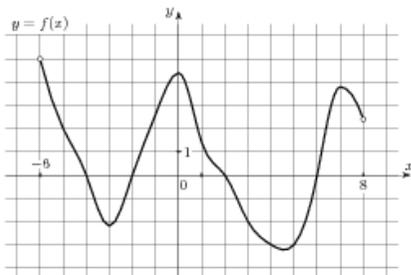


Рис. 1

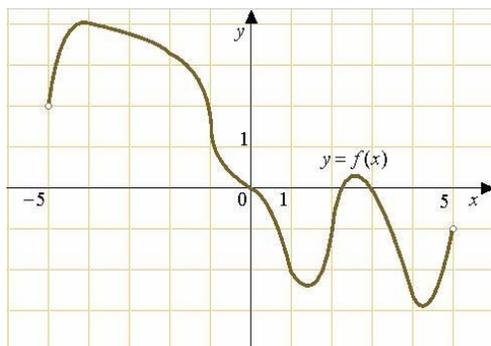


Рис. 2

4. На рисунке №2 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.

5. На рисунке №2 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.

6. На рисунке №3 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.

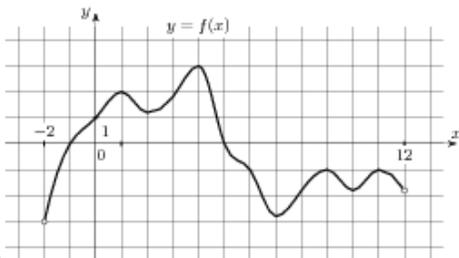


Рис. 3

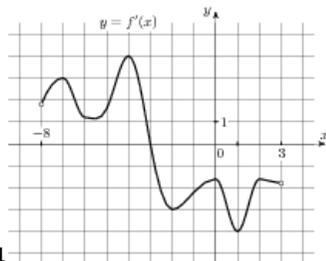


Рис.4

7. На рисунке №4 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.

8. На рисунке №5 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.

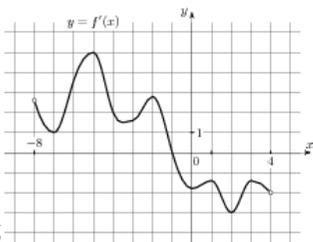


Рис.5

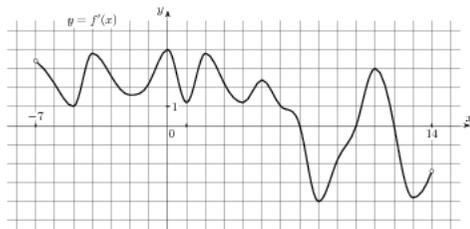


Рис.6

9. На рисунке №6 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 9]$.

10. На рисунке №7 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18; 6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-13; 1]$.

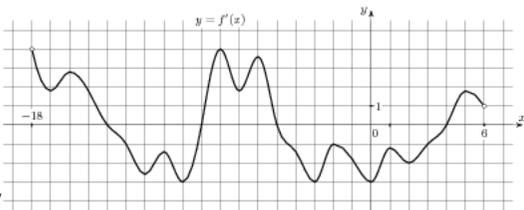


Рис 7

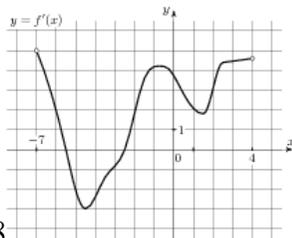


Рис 8

11. На рисунке №8 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 4)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

12. На рисунке №9 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-10; 10]$.

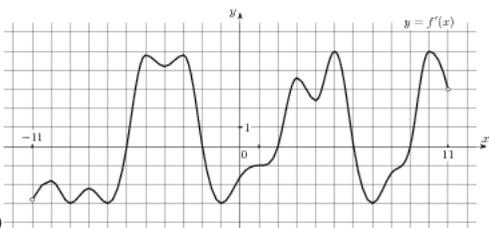


Рис.9

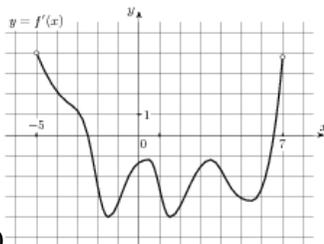


Рис.10

13. На рисунке №10 изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

14. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

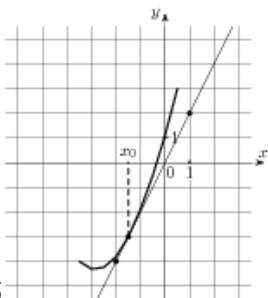


Рис.15

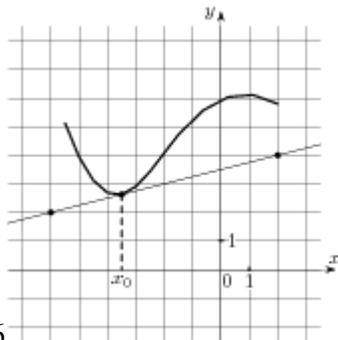


Рис.16

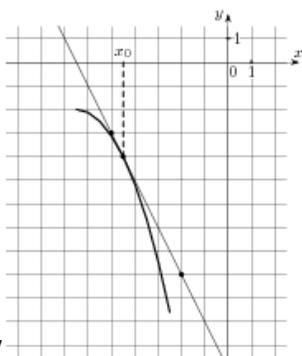


Рис.17

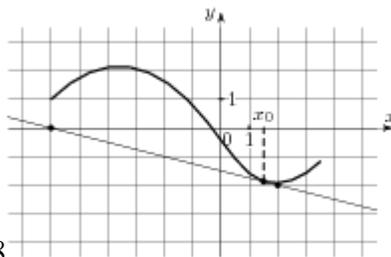


Рис. 18

Задание В8.

1. Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.
2. Найдите расстояние между вершинами A и D_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.
3. Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах. Найдите угол C_1BC прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 4$. Ответ дайте в градусах.
4. Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$. Ответ дайте в градусах.
5. Найдите угол DBD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 4$, $AD = 3$, $AA_1 = 5$. Ответ дайте в градусах.

6. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние между точками A и E_1 .
7. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите расстояние между точками B и E .
8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками B и E_1 .
9. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите тангенс угла $AD_1 D$.
10. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите угол DAB . Ответ дайте в градусах.
11. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите угол $AC_1 C$. Ответ дайте в градусах.
12. Найдите расстояние между вершинами A и C_2 многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые.

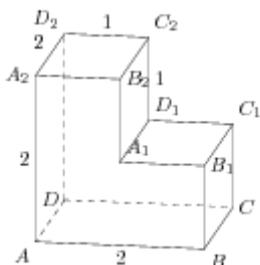


Рис 1

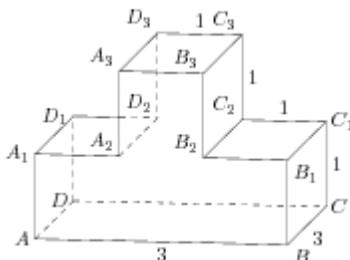


Рис 2

13. Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые.
14. Найдите расстояние между вершинами B_1 и D_2 многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые.
15. Найдите угол CAD_2 многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.
16. Найдите угол ABD многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

17. Найдите тангенс угла $B_2A_2C_2$ многогранника, изображенного на рисунке №1. Все двугранные углы многогранника прямые.
18. Найдите квадрат расстояния между вершинами B_2 и D_3 многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
19. Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_2 многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
20. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_3 многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
21. Найдите тангенс угла $C_2C_3B_2$ многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
22. Найдите тангенс угла ABB_3 многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
23. Найдите тангенс угла $C_3D_3B_3$ многогранника, изображенного на рисунке №2. Все двугранные углы многогранника прямые.
24. Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке №3. Все двугранные углы многогранника прямые.
25. Найдите угол D_2EF многогранника, изображенного на рисунке №3. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.
26. Найдите угол EAD_2 многогранника, изображенного на рисунке №3. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.

Задание В9.

1. Преобразование степенных выражений:

1. Найдите: 1) $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$. 2) $\frac{9^{2,25}}{3^{6,5}}$ 3) $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$. 4) $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$. 5) $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$.
 6) $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$. 7) $(5^{12})^3 : 5^{37}$. 8) $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$.
2. Найдите: 1) $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$. 2) $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$ 3) $\frac{(2^{\frac{3}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{5}})^{15}}{10^9}$.

$$4) \left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2 \quad 5) 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} \quad 6) \left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2 \quad 7) \frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$$

3. Найдите: 1) $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$ 2) $\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$ 3) $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$

4) $(7x^3)^2 : (7x^6)$ 5) $((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12}$ 6) $(4a)^3 : a^7 \cdot a^4$

7) $18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2$ 8) $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$

9) $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$ 10) $(49^6)^3 : (7^7)^5$ 11) $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$

4. Найдите: 1) $\frac{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}{6n^{\frac{1}{3}}}$ при $a = \frac{2}{7}$ 2) $a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68}$ при $a = 11$.

3) $\frac{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}{x^{-5} \cdot x^7}$ при $n > 0$ 4) $\frac{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}{n^{\frac{5}{6}}}$ при $n = 64$.

5) x^0 при $x = 4$ 6) $(4b)^3 : b^9 \cdot b^5$ при $b = 128$.

7) $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$ при $x = 5$ 8) $b^{\frac{1}{5}} \cdot (b^{\frac{9}{10}})^2$ при $b = 7$.

9) $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$.

2. Преобразование иррациональных выражений:

1. Найдите: 1) $\sqrt{65^2 - 56^2}$ 2) $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$ 3) $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$

4) $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$ 5) $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$ 6) $(\sqrt[3]{\frac{6}{7}} - \sqrt[4]{\frac{5}{7}}) : \sqrt{\frac{3}{28}}$

7) $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$ 8) $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$ 9) $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$ 10) $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$

11) $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}$ 12) $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2\sqrt{a}}$

2. Найдите: 1) a^4 , $a \neq 0$ 2) $\sqrt[14]{b}$, $b > 0$ 3) $a^2\sqrt{a}$, $a > 0$.

4) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$, $m = 64$ 5) $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$ 6)

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} \quad \text{при } a > 0,7) \quad \frac{\sqrt[9]{a}\sqrt[18]{a}}{a\sqrt[6]{a}} \quad \text{при } a = 1,25. \quad 8)$$

$$\frac{12\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} \quad \text{при } m > 0.$$

3. Преобразование тригонометрических выражений:

1. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если: 1) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

2) $\sin \alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$, $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$.

2. Найдите $3 \cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

3. Найдите $24 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$.

4. Найдите $\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$.

5. Найдите $5 \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 7$.

6. Найдите $\sin(\frac{7\pi}{2} - \alpha)$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

7. Найдите: 1) $26 \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$, если $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

2) $\operatorname{tg}(\alpha + \frac{5\pi}{2})$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

8. Найдите: 1) $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}$, если $5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6$.

2) $\frac{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

9. Найдите: 1) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2} = 3$.

2) $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$.

10. Найдите: 1) $7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)$, если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$.

$$2) 9 \cos 2\alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{1}{3}.$$

$$11. \text{Найдите: } 1) \frac{4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}}{3} \quad 2) -4\sqrt{3} \cos(-750^\circ).$$

$$3) \frac{2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)}{8} \quad 4) -18\sqrt{2} \sin(-135^\circ).$$

$$12. \text{Найдите: } 1) \frac{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}{12} \quad 2) \frac{24\sqrt{2} \cos(-\frac{\pi}{3}) \sin(-\frac{\pi}{4})}{12}.$$

$$3) \frac{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}{14 \sin 19^\circ} \quad 4) \frac{5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ}{4 \cos 146^\circ}.$$

$$13. \text{Найдите: } 1) \frac{\sin 341^\circ}{6} \quad 2) \cos 34^\circ \quad 3) \frac{\operatorname{tg} 17^\circ}{12} \quad 4) \frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}.$$

$$14. \text{Найдите: } 1) \frac{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)} \quad 2) \frac{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}{3 \cos(\pi - \beta) + \sin(\frac{\pi}{2} + \beta)}.$$

$$15. \text{Найдите: } 1) \frac{\cos(\beta + 3\pi)}{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$$

$$2) \frac{\sin(\alpha + \pi)}{5 \sin 98^\circ} \quad \frac{5 \sin 74^\circ}{5 \sin 74^\circ}$$

$$16. \text{Вычислите: } 1) \sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ \quad 2) \cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ.$$

$$3) 12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ.$$

4. Преобразование алгебраических выражений:

$$1. \text{Найдите: } 1) \frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x \quad 2) \frac{a^2 b^{-6}}{(4a)^3 b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} b^{-4}}.$$

$$3) (4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right).$$

$$2. \text{Найдите: } 1) \frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}, \text{ если } p(b) = (b + \frac{3}{b})(3b + \frac{1}{b}).$$

$$2) p(x) + p(6-x), \text{ если } p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}.$$

$$3. \text{Найдите: } 1) 61a - 11b + 50, \text{ если } \frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

$$2) \frac{a+9b+16}{a+3b+8}, \text{ если } \frac{a}{b} = 3.$$

4. Найдите:

$$1) (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy. \quad 2) ((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy.$$

$$3) ((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy. \quad 4) (2x - 5)(2x + 5) - 4x^2$$

$$5) (9axy - (-7xya)) : 4yax. \quad 6) (11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6) \text{ при } b = 2.$$

$$7) 3p(a) - 6a + 7, \text{ если } p(a) = 2a - 3.$$

$$8) 2x + y + 6z, \text{ если } 4x + y = 5, 12z + y = 7.$$

$$9) q(b - 2) - q(b + 2), \text{ если } q(b) = 3b.$$

$$10) 5(p(2x) - 2p(x + 5)), \text{ если } p(x) = x - 10.$$

$$11) 2p(x - 7) - p(2x), \text{ если } p(x) = x - 3.$$

$$\frac{5\sqrt{x} + 2}{2\sqrt{x}}$$

$$12) \frac{\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.13) x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} \text{ при } x \leq 2.$$

$$14) \sqrt{(a - 6)^2} + \sqrt{(a - 10)^2} \text{ при } 6 \leq a \leq 10.$$

$$15) \frac{g(2 - x)}{g(2 + x)}, \text{ если } g(x) = \sqrt[3]{x(4 - x)}, |x| \neq 2.$$

$$16) h(5 + x) + h(5 - x), h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x - 10}.$$

5. Преобразование логарифмических выражений:

$$1. \text{ Найдите: } 1) (\log_2 16) \cdot (\log_6 36). \quad 2) \log_{0,25} 2. \quad 3) \log_4 8.$$

$$4) \log_5 60 - \log_5 12. \quad 5) \log_5 0,2 + \log_{0,5} 4.$$

$$2. \text{ Найдите: } 1) \frac{7 \cdot 5^{\log_5 4}}{9^{\log_5 50}}. \quad 2) \frac{36^{\log_6 5}}{\log_3 18}. \quad 3) \frac{\log_3 25}{\log_3 5}. \quad 4) \frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}.$$

$$5) \frac{9^{\log_5 2}}{2 + \log_3 2}. \quad 6) 2 + \log_3 2. \quad 7) 5^{\log_{25} 49}.$$

$$3. \text{ Найдите: } 1) \log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3. \quad 2) \log_5 9 \cdot \log_3 25.$$

$$3) (1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12). \quad 4) \log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25.$$

$$4. \text{ Найдите: } 1) 6 \log_7 \sqrt[3]{7}. \quad 2) \log \sqrt[6]{13} 13. \quad 3) \log_{\sqrt{7}}^2 49. \quad 4) 5^{3 + \log_5 2}.$$

$$5) 8^{2 \log_8 3}. \quad 6) 64^{\log_8 \sqrt{3}}. \quad 7) \log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}.$$

5. Найдите: 1) $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$ 2) $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$ 3) $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$ 4) $\log_3 8,1 + \log_3 10$
6. Найдите 1) $\log_a (a^2 b^3)$, если $\log_a b = -2$.
 2) $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

Задание В10

1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

2. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

3. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

4. Зависимость объема спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

5. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в

секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

6. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$$
, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведерка в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

7. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0kt} + \frac{g}{2}k^2t^2$$
, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20 \text{ м}$ — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

8. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону

$$H(t) = at^2 + bt + H_0$$
, где $H_0 = 4 \text{ м}$ — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100} \text{ м/мин}^2$, и $b = -\frac{2}{5} \text{ м/мин}$ — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

9. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня

описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

10. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400 \text{ К}$, $a = -10 \text{ К/мин}^2$, $b = 200 \text{ К/мин}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

11. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равномерно наматывает кабель на катушку. Угол, на который

поворачивается катушка, изменяется со временем по закону
$$\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2},$$

где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

12. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57 \text{ км/ч}$, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12 \text{ км/ч}^2$. Расстояние от мотоциклиста до

города, измеряемое в километрах, определяется выражением
$$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

13. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$

м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

14. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см², дается

формулой
$$I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$$
. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг·см²? Ответ выразите в сантиметрах.

15. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

16. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ Н/кг). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

Задание В11.

1. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

2. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

3. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

4. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

5. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 98 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 7 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

6. Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

7. Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

8. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов

меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

9. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

10. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

12. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

13. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 420 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

14. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние

между пристанями равно 110 км. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

15. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

16. Заказ на 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий, если известно, что он за час делает на 1 деталь больше?

17. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей.

Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

18. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

19. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

20. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

21. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

22. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

23. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

24. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

25. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

26. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

27. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

28. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

29. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

30. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

31. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Задание В12.

1. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 8)e^{x-7}$ на отрезке $[6; 8]$.

2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \cos x + 6\sqrt{3} \cdot x - 2\sqrt{3}\pi + 6 \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

3. Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 5\sqrt{2} \cos x \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

4. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.
5. Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3 \sin x + 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$.
6. Найдите наименьшее значение функции $y = 9 \cos x + 14x + 7$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.
7. Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \sin x - 8x + 9$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.
8. Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$.
9. Найдите наибольшее значение функции $y = 10 \sin x - \frac{36}{\pi}x + 7$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.
10. Найдите наибольшее значение функции $y = 2 \cos x - \frac{18}{\pi}x + 4$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$.
11. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.
12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; 0]$.
13. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \operatorname{tg} x - 5x + 6$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{4}]$.

14. Найдите наибольшее значение функции $y = 16tgx - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$.
15. Найдите наименьшее значение функции $y = 4tgx - 4x - \pi + 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$.
16. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x - 3tgx - 5$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{4}]$.
17. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - 4tgx + 12$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; 0]$.
18. Найдите наименьшее значение функции $y = 2tgx - 4x + \pi - 3$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.
19. Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7tgx - 3,5\pi + 11$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.
20. Найдите точку минимума функции $y = (x + 16)e^{x-16}$.
21. Найдите точку максимума функции $y = (9 - x)e^{x+9}$.
22. Найдите точку минимума функции $y = (3 - x)e^{3-x}$.
23. Найдите точку максимума функции $y = (x + 16)e^{16-x}$.
24. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$ на отрезке $[-2, 5; 0]$.
25. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.
26. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - 4\ln(x + 7) + 6$ на отрезке $[-6, 5; 0]$.
27. Найдите наибольшее значение функции $y = 8\ln(x + 7) - 8x + 3$ на отрезке $[-6, 5; 0]$.

28. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - \ln(9x) + 3$ на отрезке $[\frac{1}{18}; \frac{5}{18}]$.
29. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(11x) - 11x + 9$ на отрезке $[\frac{1}{22}; \frac{5}{22}]$.
30. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^2 - 13x + 9 \ln x + 8$ на отрезке $[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}]$.
31. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$ на отрезке $[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}]$.
32. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5) - 2x + 9$.
33. Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$.
34. Найдите точку максимума функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x+36}$.
35. Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{5-x}$.
36. Найдите точку максимума функции $y = (x-2)^2 e^{x-6}$.
37. Найдите точку минимума функции $y = (x-2)^2 e^{x-5}$.
38. Найдите точку максимума функции $y = (x+6)^2 e^{4-x}$.
39. Найдите точку минимума функции $y = (x+3)^2 e^{2-x}$.
40. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 \cos x + 16x - 2$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.
41. Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9 \sin x + 9$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.
42. Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}$.
43. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x+3) + 7$.
44. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 17$.
45. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 48x + 17$.

46. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$.
47. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 3x + 4$ на отрезке $[-2; 0]$.
48. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
49. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
50. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на отрезке $[1; 4]$.
51. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 6x^2$ на отрезке $[-3; 3]$.
52. Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$.
53. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$.
54. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[1; 4]$.
55. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-4; -1]$.
56. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 5$.
57. Найдите точку минимума функции $y = x^3 + 5x^2 + 7x - 5$.
58. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 40x + 3$ на отрезке $[0; 4]$.
59. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 4$ на отрезке $[-2; 0]$.
60. Найдите точку максимума функции $y = 7 + 12x - x^3$.
61. Найдите точку минимума функции $y = 7 + 12x - x^3$.
62. Найдите наименьшее значение функции $y = 7 + 12x - x^3$ на отрезке $[-2; 2]$.

ЕГЭ-13. Задание С1

1. Решите уравнение:

$$\begin{array}{l}
1. \frac{\cos 2x + \sin x}{\sqrt{\sin(x - \frac{\pi}{4})}} = 0 \quad 2. \frac{2\sin^2 x - \sin 2x - 2 \cos 2x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \\
3. \sqrt{9-x^2} \cos x = 0 \quad 4. \left(\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \sqrt{3x^2 - 7x + 4} = 0 \\
5. |\cos x + \sin x| = \sqrt{2} \sin 2x \quad 6. (2\cos^2 x - \cos x) \sqrt{-11 \operatorname{tg} x} = 0 \\
7. \frac{26\cos^2 x - 23 \cos x + 5}{13 \sin x - 12} = 0 \quad 8. \frac{2\sin^2 x + 2 \sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0 \\
9. \frac{2\cos^2 x - 2 \cos x \cos 2x - 1}{\sqrt{\sin x}} = 0 \quad 10. \frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0 \\
11. \frac{4 \cos 2x - 9 \sin x - 4}{\sqrt{-\cos x}} = 0 \quad 12. \frac{3 \cos 2x + 5 \cos x - 1}{\sqrt{-\operatorname{ctg} x}} = 0 \\
13. \frac{3 \cos 2x + 7 \cos x + 3}{\sqrt{-\sin x}} = 0 \quad 14. (6\sin^2 x + 5 \sin x - 4) \cdot \sqrt{-7 \cos x} = 0 \\
15. (2\cos^2 x - 5 \cos x + 2) \cdot \log_{11}(-\sin x) = 0 \quad 16. \\
(2 \sin x + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{\cos x} = 0
\end{array}$$

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{l}
1. \begin{cases} y + \cos x = 0, \\ (5\sqrt{\cos x} - 1)(4y + 5) = 0. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \sqrt{\cos y} \cdot \sqrt{6x - x^2 - 8} = 0, \\ \sqrt{\sin x} \cdot \sqrt{2 - y - y^2} = 0. \end{cases}
\end{array}$$

3. Дано уравнение:

а) Решите уравнение;

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку.

$$\begin{array}{l}
1. \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x. \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]. \quad 2. 6 \cos^2 x - 7 \cos x - 5 = 0. \\
[-\pi; 2\pi]. \quad 3. 4\sin^2 x - 12 \sin x + 5 = 0. [-\pi; 2\pi]. \quad 4. \\
\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = \sin x. \left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right].
\end{array}$$

$$5. 4\sin^2 x - 12\sin x + 5 = 0. [-\pi; 2\pi]. \quad 6. \cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2 - 1. \\
\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$$

$$7. \sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right) = 0. \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$$

8. $2 \sin 2x = 4 \cos x - \sin x + 1$. $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ 9. $2 \sin 2x = 4 \cos x - \sin x + 1$. $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$
10. $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos^2 x - 4 \sin x + 4\sqrt{3} \cos x = 0$. $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
11. $\sin 2x - 2\sqrt{3} \sin^2 x + 4 \cos x - 4\sqrt{3} \sin x = 0$. $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.
12. $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \cos 2x$. $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
13. $\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$. $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.
14. $\sin 2x = 2 \sin x - \cos x + 1$. $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.
15. $2 \cos^2 x + 2 \sin 2x = 3$ $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.
16. $6 \sin^2 x + \sin 2x = 2$ $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.
17. $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$ $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.
18. $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$ $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.
19. $\sin 2x + \sqrt{3} \sin x = 0$ $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$ 20. $\cos 2x + 0,5 = \cos x^2$ $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.
21. $4 \cos^3 x + 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ $[-2\pi; -\pi]$

Задание C2 (задачи)

1. В единичном кубе $A\dots D1$ найдите угол между прямыми $AB1$ и $BC1$
2. В правильной треугольной призме $ABCA1B1C1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и $CA1$.
3. В правильной шестиугольной призме $A\dots F1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и $FE1$.
4. В кубе $A\dots D1$ найдите тангенс угла между прямой $AC1$ и плоскостью $BDD1$.

5. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между прямой BB_1 и плоскостью AB_1C_1
6. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, найдите угол между прямой AF и плоскостью BCC
7. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, точка G — середина ребра A_1B_1 . Найдите синус угла между прямой AG и BDD_1
8. В единичном кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ADD_1 и BDC_1
9. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CA_1B_1 .
10. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и DB_1F_1 .
11. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 .
12. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой AC_1
13. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой AC_1
14. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние от точки A до плоскости BDC_1 .
15. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости BCA_1
16. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости DEF_1
17. В единичном кубе $A...D_1$ найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC_1
18. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми CC_1 и AB .
19. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми BB_1 и EF_1 .
20. В основании правильной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, площадь которого равна 30. Через точки B и S проходит сфера, которая пересекает ребро SC в точке M так, что $SC:MC=4:3$. Ребро BC перпендикулярно радиусу сферы, проходящему через точку B . Найдите объем пирамиды.
21. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания - 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF .

22. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до прямой CE_1
23. Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной пирамиды, если сторона её основания равна 2, а двугранный угол при основании равен 30 градусам.
24. В шестиугольной призме $A_1 \dots F_1$ все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BD_1 .
25. В кубе $A_1 \dots D_1$ точка E - середина ребра $A_1 B_1$. Найдите косинус угла между прямыми AE и BD_1 .
26. В кубе $A_1 \dots D_1$ точки E, F - середины ребер соответственно $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$. Найдите косинус угла между прямыми AE и BF .
27. В кубе $A_1 \dots D_1$ точки E, F - середины ребер $A_1 B_1$ и $C_1 D_1$. Найдите косинус угла между прямыми AE и BF .
28. В правильном тетраэдре $ABCD$ точка E - середина ребра CD . Найдите косинус между прямыми BC и AE .
29. Основание пирамиды $DABC$ - равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB=BC=13$, $AC=24$. Ребро DB перпендикулярно плоскости основания и равно 20. Найдите тангенс двугранного угла при ребре AC .
30. В кубе $A_1 \dots D_1$ точки E, F - середины ребер $A_1 B_1$ и $A_1 D_1$. Найдите тангенс угла между плоскостями AEF и BCC_1 .
31. Найдите угол между не пересекающимися медианами граней правильного тетраэдра.
32. В правильной шестиугольной призме $A_1 \dots F_1$, все ребра которой равны 1, точка G - середина ребра $A_1 B_1$. Найдите синус угла между прямой AG и плоскостью BCC_1 .
33. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью ABC_1 .
34. Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ - треугольник ABC , в котором $AB=AC=8$, а один из углов равен 60 градусам. На ребре AA_1 отмечена точка P так, что $AP:PA_1=2:1$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и CBP , если расстояние между прямыми AB и $C_1 B_1$ равно $18\sqrt{3}$.
35. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка E - середина ребра $A_1 B_1$. Найдите синус угла между прямой AE и плоскостью BDC_1 .
36. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основание по хордам длины 24

и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

37. В прямом круговом конусе произведение высоты и радиуса основания равно $3\sqrt{3}$. Найдите значения, которые может принимать радиус шара, описанного вокруг конуса.

38. Ребро AD пирамиды $DABC$ перпендикулярно плоскости основания ABC . Найдите расстояние от вершины A до плоскости, проходящей через середины ребер AB, AC, AD , если $AD=25, AB=AC=10, BC=45$.

39. $SABCD$ - правильная 4-угольная пирамида, все ребра которой равны 1. E - середина SB, F - середина SC . Найдите косинус угла между AE и BF .

40. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ заданы длины ребер $AD=12, AB=5, AA_1=8$. Найдите объем пирамиды $AB_1 C_1 D$, если M - точка на ребре AA_1 , причем $AM=5$.

41. В правильной треугольной призме $A...C_1$, все ребра которой равны 1, точка D - середина ребра $A_1 B_1$. Найдите косинус угла между прямыми AD и BC .

42. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, точки G, H - середины ребер $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$. Найдите косинус угла между прямыми AG и BH .

43. Найдите угол между диагональю куба и скрещивающейся с ней диагональю грани.

Задание С3 (Азы)

I. Решить неравенства и системы неравенств.

- | | |
|---|--|
| <p>1. Решить систему неравенств: а) $\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 \\ 2 - x \geq \frac{8 - 9x}{7} \end{cases}$</p> | <p>б) $\begin{cases} x^2 - x - 12 \geq 0 \\ 3x - 5 \leq \frac{4x + 5}{3} \end{cases}$</p> |
| <p>2. Решить систему неравенств: а) $\begin{cases} (x^2 - 6x - 7)\sqrt{8 + 2x - x^2} \geq 0 \\ x + 1 \leq 1 \end{cases}$</p> | <p>б) $\begin{cases} (x^2 - 4)\sqrt{5 - 4x - x^2} \geq 0 \\ x + 1 \leq 2 \end{cases}$</p> |
| <p>3. $(x - 2)\sqrt{16 - x^2} \leq 0.$</p> | <p>Ответ: $[-4; 2] \cup \{4\}.$</p> |
| <p>4. $\frac{\sqrt{9 - x^2}}{x - 1} \leq 0.$</p> | <p>Ответ: $[-3; 1) \cup \{3\}.$</p> |
| <p>5. $\frac{1}{\sqrt{2^x + 1}} \geq \frac{1}{5 - 2^x}.$</p> | <p>Ответ: $(-\infty; \log_2 3] \cup (\log_2 5; +\infty).$</p> |
| <p>6. $\frac{1}{\sqrt{3 - \lg x}} \geq \frac{1}{\lg x - 1}.$</p> | <p>Ответ: $(0; 10) \cup [100; 1000).$</p> |
| <p>7. $\log_{0,2}(x^2 + 4x - 2) \geq \log_{0,2} x + 2 - 1.$</p> | <p>Ответ: $[-8; -2 - \sqrt{6}] \cup (-2 + \sqrt{6}; 4].$</p> |
| <p>8. $\log_5(x^2 - 6x - 5) \leq \log_5 x - 3 + 1.$</p> | <p>Ответ: $[-4; 3 - \sqrt{14}) \cup (3 + \sqrt{14}; 10].$</p> |
| <p>9. $\frac{(\log_{3-x}(x+1))^2}{1 - x^2} \leq 0.$</p> | <p>Ответ: $(1; 2) \cup (2; 3) \cup \{0\}.$</p> |
| <p>10. $\frac{(\log_{x-1}(5-x))^2}{x^2 - 8x + 15} \geq 0.$</p> | <p>Ответ: $(1; 2) \cup (2; 3) \cup \{4\}.$</p> |

11. $\log_2 x - \log_x 32 < 4$.

Ответ: $(0; 0,5) \cup (1; 32)$.

12. $2\log_3 x - \log_x 9 < 3$.

Ответ: $\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup (1; 9)$.

13. $3^x - 3^{2-x} > \sqrt{3} - 1$.

Ответ: $(0,5; +\infty)$.

14. $5^x - 3 \cdot 5^{\frac{1}{2-x}} + 3 - \sqrt{5} \geq 0$.

Ответ: $[0,5; +\infty)$.

15. $\log_{x+1}(2x^2 - 3x + 1) \leq 2$.

Ответ: $(-1; 0) \cup (0; 0,5) \cup (1; 5]$.

16. $\log_{x+\frac{3}{2}}(2x^2 - x) \leq 2$.

Ответ: $(-1,5; -0,5) \cup (0,5; 0) \cup (0,5; 4,5]$.

17. $\sqrt{4\lg x - 24} \geq 9 - \lg x$.

Ответ: $[10^7; +\infty)$.

18. $\sqrt{12\lg x - 8} \geq 1 - 3\lg x$.

Ответ: $\left[10^{\frac{2}{3}}; +\infty\right)$.

19. $\frac{\lg(8-x)}{\lg(x-2)^2} \leq 1$.

Ответ: $(-\infty; -1] \cup (1; 2) \cup (2; 3) \cup [4; 8)$.

20. $\frac{\lg\left(\frac{x}{3} + 5\right)}{\lg\left(\frac{x}{3} - 1\right)^2} \leq 1$.

Ответ: $(-15; 3] \cup (0; 3) \cup (3; 6) \cup [12; +\infty)$.

II. Задана функция $f(x)$. Найти область определения функции $y(x)$.

1. $f(x) = \log_{(1-x)^2} \left(1 - \left(\frac{x+2}{x-5}\right)^{-1}\right)$; $y(x) = f(x) \cdot \sqrt{36-x^2}$.

Ответ: $(-2; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 2) \cup (2; 5) \cup (5; 6]$.

2. $f(x) = \log_{|x|} \left(1 - \left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{-1}\right)$; $y(x) = f(x) \cdot \sqrt{16-x^2}$.

Ответ: $[-4; -2) \cup (-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$.

III. Решить уравнения и системы неравенств.

1. а) Решить уравнение: $4^{\lg x} = 128 - x^{\lg 4}$
 б) Решить неравенство: $(4^{\lg x} + x^{\lg 4} - 128) \cdot \left(\frac{5^x - 25}{3 - 2^x} \right) \cdot \left(\frac{(x-3)(1-x)}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{5} \sin 4x \right) \geq 0$
- Ответ: а) 1000; б) $(1; \log_2 3) \cup [2; 3) \cup [1000; +\infty)$.
2. а) Решить уравнение: $6^{\lg x} = 12 - x^{\lg 6}$
 б) Решить неравенство: $(6^{\lg x} + x^{\lg 6} - 12) \cdot \left(\frac{3^x - 27}{5 - 2^x} \right) \cdot \left(\frac{(x-6)(4-x)}{(x-6)(x-4)} + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \leq 0$
- Ответ: а) 10; б) $(0; \log_2 5) \cup [3; 4) \cup (6; 10)$.
3. Решить систему неравенств: $\begin{cases} 9^{\lg x} + x^{2 \lg 3} \geq 6 \\ \log_2^2 x + 6 > 5 \log_2 x \end{cases}$ Ответ: $(\sqrt{10}; 4) \cup (8; +\infty)$.
4. Решить систему неравенств: $\begin{cases} 5^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} \geq 2\sqrt[4]{5} \\ \log_3^2 x + 2 > 3 \log_3 x \end{cases}$ Ответ: $\left(0; \frac{1}{\sqrt{5}}\right] \cup [\sqrt{5}; 3) \cup (9; +\infty)$.
5. Решить систему неравенств: $\begin{cases} \log_{3-x}(x+1) \cdot \log_{x+5}(4-x) \geq 0 \\ \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2 \end{cases}$
- Ответ: 1, 2.
6. Решить систему неравенств: $\begin{cases} \log_{x+5}(6-x) \cdot \log_{4-x}(x+3) \geq 0 \\ |2x-6|^{x+1} + |2x-6|^{-x-1} \leq 2 \end{cases}$
- Ответ: -1; 2, 5.
7. а) Решить неравенство: $7 \log_3(x^2 - 7x + 12) \leq 8 + \log_3 \frac{(x-3)^7}{x-4}$
 б) Решить систему неравенств: $\begin{cases} 7 \log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3} \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52 \end{cases}$
- Ответ: а) $[1; 3) \cup (4; 7]$; б) $(-1 - \log_3 4; -2) \cup (3; 12]$.
8. а) Решить неравенство: $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} \leq 0$
 б) Решить систему неравенств: $\begin{cases} 4^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}} + 3 \cdot 6^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}} \geq 4 \cdot 9^{\frac{x^2-2}{x^2+x+1}} \\ \log_{\frac{1}{3}} |x-2| - \log_{2-x} 3 \leq 2 \end{cases}$
- Ответ: а) $[-2; 0]$; б) $[-\sqrt{2}; 1)$.